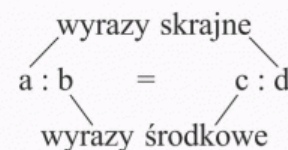


Temat: Równania wymierne. 2 lekcje**Rozwiązując równania wymierne wykorzystujemy proporcje:** $a : b$ – iloraz liczb a i b , gdzie $b \neq 0$ lub inny zapis $c : d$ – iloraz liczb c i d , gdzie $d \neq 0$ $a : b = c : d$ – proporcja

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad \text{gdzie } b \neq 0 \text{ i } d \neq 0$$



W proporcji iloczyn wyrazów skrajnych równa się iloczynowi wyrazów środkowych, czyli

W praktyce stosuje się częściej zapis ułamkowy;

mówimy, że mnożymy na krzyż

$$a \cdot d = b \cdot c$$

Ćwiczenie 1

Rozwiąż równanie.

a) $\frac{6}{x+1} = 4$ c) $\frac{3}{-2x+7} = 1$ e) $\frac{7x+6}{1-3x} = -4$ g) $\frac{x-5}{3x+1} - 2 = 0$

b) $\frac{3x+2}{x} = 5$ d) $\frac{2x}{x-1} = 3$ f) $\frac{4-2x}{4-x} = -2$ h) $\frac{2x+4}{x-1} + 4 = 0$

a) $\frac{6}{x+1} = 4$ **Najpierw określamy dziedzinę równania** $x + 1 \neq 0$

$$x \neq -1$$

$$\frac{6}{x+1} = \frac{4}{1}$$

4 zapisujemy w postaci ułamka zwykłego

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$$

Mnożymy na krzyż

$$4 \cdot (x + 1) = 6 \cdot 1$$

$$4x + 4 = 6$$

$$4x = 6 - 4$$

$$4x = 2 \quad |:4$$

$$x = \frac{1}{2} \in D_f \quad \text{sprawdzamy czy rozwiązanie należy do dziedziny}$$

Odp: Rozwiązaniem równania jest liczba $\frac{1}{2}$. lub $x \in \left\{\frac{1}{2}\right\}$.

h) $\frac{2x+4}{x-1} + 4 = 0$ **Najpierw określamy dziedzinę równania** $x - 1 \neq 0$

$$\frac{2x+4}{x-1} = -4$$

$$x \neq 1$$

$$\frac{2x+4}{x-1} = \frac{-4}{1}$$

-4 = -4/1 zapisujemy w postaci ułamka zwykłego $D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}$ **Mnożymy na krzyż**

$$-4 \cdot (x - 1) = 1 \cdot (2x + 4)$$

$$-4x + 4 = 2x + 4$$

$$-4x - 2x = 4 - 4$$

$$-6x = 0 \quad :(-6)$$

$$x = 0 \in D_f \quad \text{sprawdzamy czy rozwiązanie należy do dziedziny}$$

Odp: Rozwiązaniem równania jest liczba 0.

Rozwiążcie pozostałe równania.

Ćwiczenie 2 Rozwiąż równanie.

A. $\frac{3x-3}{x-1} = 2$ B. $\frac{6x-2}{3x-1} = 2$ C. $\frac{1-4x}{8x-2} = -0,5$ D. $\frac{6x+3}{8x+2} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{1-4x}{8x-2} = -0,5$ **Najpierw określamy dziedzinę równania** $8x - 2 \neq 0$
 $\frac{1-4x}{8x-2} = \frac{-1}{2}$ $8x \neq 2 | :8$

$2 \cdot (1 - 4x) = -1 \cdot (8x - 2)$ $x \neq \frac{1}{4}$
 $2 - 8x = -8x + 2$ $D_f = R \setminus \left\{ \frac{1}{4} \right\}$

$-8x + 8x = 2 - 2$

$0 = 0$ wyrażenie prawdziwe, więc rozwiązaniem są wszystkie liczby rzeczywiste oprócz $\frac{1}{4}$.

Odp: $x \in R \setminus \left\{ \frac{1}{4} \right\}$

d) $\frac{6x+3}{8x+2} = \frac{3}{4}$ **Najpierw określamy dziedzinę równania** $8x + 2 \neq 0$
 $3 \cdot (8x + 2) = 4 \cdot (6x + 3)$ $8x \neq -2 | :8$

$24x + 6 = 24x + 12$

$x \neq -\frac{1}{4}$

$24x - 24x = 12 - 6$

$D_f = R \setminus \left\{ -\frac{1}{4} \right\}$

$0 = 6$ Wyrażenie fałszywe, więc równanie nie ma rozwiązania.

Odp: $x \in \emptyset$

Rozwiążcie pozostałe równania.

Ćwiczenie 4

Rozwiąż równanie.

a) $\frac{7}{x+1} = \frac{3}{x+5}$

c) $\frac{x}{x-2} = \frac{x+2}{x-1}$

e) $\frac{x+3}{x-3} = \frac{6}{x-3}$

b) $\frac{-2}{x-1} = \frac{4}{2x+3}$

d) $\frac{x-3}{2x} = \frac{x-2}{2x+1}$

f) $\frac{2x}{x-7} = \frac{x}{x+1}$

e) $\frac{x+3}{x-3} = \frac{6}{x-3}$ **Najpierw określamy dziedzinę równania** $x - 3 \neq 0$
 $(x + 3) \cdot (x - 3) = 6 \cdot (x - 3)$ $x \neq 3$

wzór skróconego mnożenia

$D_f = R \setminus \{3\}$

$x^2 - 9 = 6x - 18$

$x^2 - 6x + 9 = 0$ $a=1$ $b=-6$ $c=9$ $\Delta = b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0$

$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = \frac{6}{2} = 3 \notin D_f$

Odp: Równanie nie ma rozwiązania.

lub $x \in \emptyset$

Rozwiążcie pozostałe równania.

Ćwiczenie 3

Rozwiąż równanie.

a) $\frac{2}{x} = x + 1$

c) $\frac{4}{x+3} = x + 3$

e) $\frac{6}{x} = x + 5$

g) $\frac{3}{x+2} = x$

b) $-\frac{1}{x} = x + 2$

d) $\frac{9}{6-x} = x$

f) $-\frac{8}{x} = x + 6$

h) $-\frac{6}{x-3} = 2x + 1$